

Een toevallige gelijkheid?

In het themanummer over onbegrepen natuurkunde (juli 2025) vroegen we de lezers om hulp bij een vraag waar wij al een tijd niet uitkwamen. Daarop kwamen drie reacties binnen.

Het ging om een kermisattractie, de Booster, waarin een lange balk ronddraait om het middelpunt in een verticaal vlak. Aan de uiteinden hangen gondeltjes. Als zo'n gondeltje eens zou losschieten, hoe ver zou het dan wegvliegen van het midden van de Booster? Wat is de maximale afstand en onder welke beginhoek moet je dan vertrekken?

Er zijn twee manieren om het verste punt te bereiken: 'onderhands' wegschieten in de ene richting of 'bovenhands' in de andere richting. De banen zijn heel verschillend. De beginhoek, -hoogte, -afstand tot het midden, horizontale snelheid en verticale beginsnelheid zijn gekoppeld en spelen allemaal een rol.

Desondanks is er een verrassend resultaat: de maximaal bereikbare afstand ten opzichte van het midden is in beide gevallen hetzelfde. Onze vraag was: is dat een toevallige gelijkheid? Of is er

een beschouwing mogelijk waarin die gelijkheid vanzelf naar voren komt? Drie lezers kwam ons te hulp.

Gerrit Vermeer trekt onze vraag in een breed kader. Hij zoekt de oorzaak in verstrengeling. Volgens hem zou dat fenomeen een grotere rol moeten spelen in de beschrijving van de zwaartekracht en andere natuurverschijnselen. Hij schrijft er met passie over. Toch denken wij dat het antwoord op onze bescheiden vraag in de bestaande theorie van de mechanica zou moeten liggen.

Henk Stipdonk legt de Booster eerst maar eens plat. Uiteraard komt een losschietend gondeltje dan altijd op dezelfde afstand terecht, ongeacht de richting. Vervolgens zet hij hem geleidelijk rechtop. Daarmee voegt hij een derde ruimtelijke dimensie toe aan onze berekeningen. Wat blijkt: nog steeds blijven de grootst haalbare afstanden in tegenovergestelde richtingen gelijk!

Hugo de Blank vervangt de booster met zijn twee rondzwierende armen door een cirkelvormig reuzenrad. Dan laat hij – als het ware – alle gondeltjes langs de omtrek tegelijk losschieten om te kijken waar ze terechtkomen. Zijn aanpak is origineel. Hij gaat niet na welke baan elk gondeltje volgt. In plaats daarvan houdt hij bij waar de populatie van gondeltjes is. Dat blijkt verrassend eenvoudig te beschrijven. Het leidt tot een analytische uitdrukking voor de verst haalbare afstand. De

symmetrie die we zoeken komt vanzelf naar voren.

Een mooie bijvangst is de observatie dat niet alleen de maximale afstanden naar links en naar rechts gelijk zijn. Ook de vluchtduur is hetzelfde. Zijn beschrijving laat meteen zien dat dat zo moet zijn.

We zijn alle respondenten dankbaar voor hun uitvoerige reacties en hun noeste rekenwerk. Hugo de Blank biedt de inzichtelijke verklaring die we zochten. Hieronder zijn uitwerking die een direct antwoord is op onze vraag.

Robert Jan van Wijk en Carlo Luijten

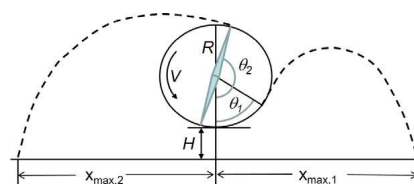
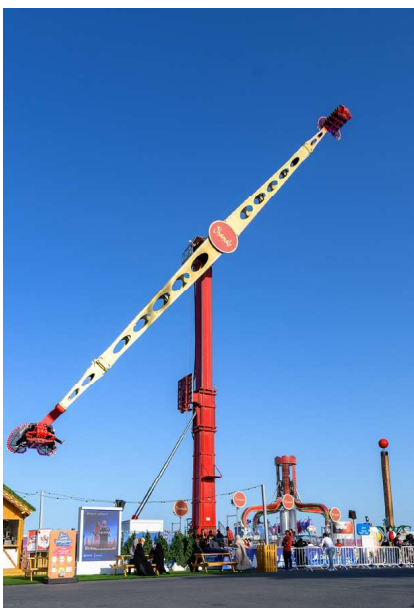
Het antwoord: vallende cirkel

Misschien is het prettig om het beeld van uit een kermisattractie geslingerde personen, zoals beschreven in het artikel, even los te laten. Beschouw, in een iets abstracter gedachte-experiment, de Booster als een draaiend wiel met straal R en middelpunt $(0, h)$, met $h = R + H$, waarvan op tijdstip $t = 0$ een ring van wrijvingsloze deeltjes loskomt.

Zonder zwaartekracht zouden die deeltjes, die allemaal dezelfde aanvangssnelheid V hebben, die snelheid behouden en een groeiende cirkel met straal $R(t)$ en middelpunt $(0, h)$ vormen (waarbij $R(0) = R$). Aanvankelijk groeit de cirkel langzaam, want de deeltjes vertrekken tangentiëel, loodrecht op de straal. Dan neemt de groeisnelheid toe, maar hij wordt nooit groter dan V .

De groeisnelheid is echter niet zo belangrijk. Het gaat erom dat alle deeltjes steeds op een cirkel liggen gecentreerd op de as van de booster.

Neem nu de zwaartekracht mee. Dan zal de uitdijende cirkel van deeltjes vallen. De valversnelling verstoort de cirkelvorm niet, maar zorgt ervoor dat

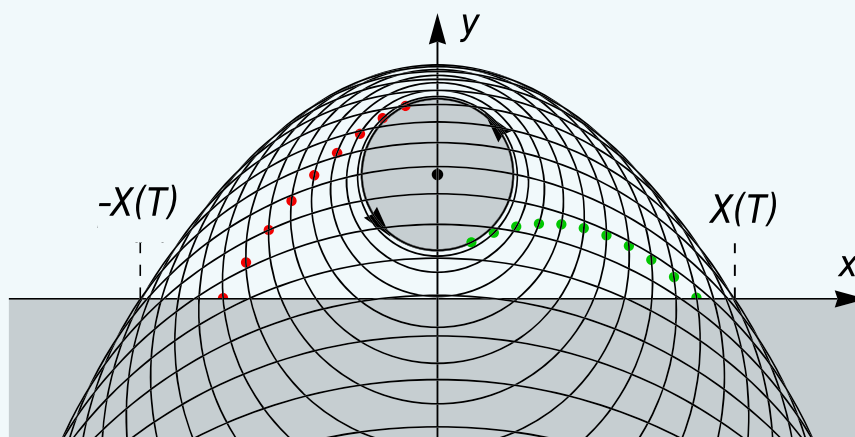


het middelpunt (o, $h(t)$) daalt: $h(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$. De figuur rechts toont de cirkel op opeenvolgende tijdstippen. De links-rechts symmetrie is evident.

Op een gegeven moment snijdt de groeiende en vallende cirkel het aardoppervlak $y = 0$. De eerste deeltjes raken de grond recht onder de Booster. Daarna vallen er deeltjes neer bij de twee snijpunten $x = X(t)$ en $x = -X(t)$, even ver van het midden.

De snijpunten bewegen naar buiten tot dat een maximale breedte wordt bereikt. Dan lopen ze terug. Het laatste deeltje valt weer in het midden, als de cirkel onder het aardoppervlak verdwijnt. Omdat de cirkel steeds links-rechts symmetrisch is, geldt dat ook voor de uiterste rechter en linker snijpunten $X(T)$ en $-X(T)$. Dit verklaart de symmetrie uit de vraag. Bovendien wordt duidelijk dat de deeltjes die links en rechts het verst komen, dezelfde vluchtijd T hebben.

Hugo de Blank



Op $t = 0$ raken de deeltjes los van het draaiende wiel. Ze vormen een (niet eenparig) groeiende cirkel, die versneld naar beneden valt. Als de cirkel de grond doorkruist, vallen deeltjes neer bij de snijpunten. De grootste afstand tot het midden wordt bereikt bij $\pm X(T)$. Ter illustratie zijn de banen getekend van twee (willekeurige) deeltjes.

UITGELICHT

NIEUWS

Exoplanetentechniek moet chirurgen gaan helpen

Onderzoek aan exoplaneten lijkt hét schoolvoorbeeld van een vervan-mijn-bed-show. Toch zou een techniek uit dat onderzoeksveld over een paar jaar een rol kunnen gaan spelen in de operatiekamer. Het gaat daarbij om een door Nederlandse astronomen uitgebouwde versie van integrale veldspectroscopie, waarbij van onderdelen van een opname zowel het spectrum als de polarisatie wordt bepaald. Met die methode is bijvoorbeeld het licht van een exoplaneet te scheiden van dat van de ster waar hij omheen beweegt. Astronoom Frans Snik van de Universiteit Leiden, in 2014 betrokken bij de ontwikkeling van deze techniek, raakte op een door NWO georganiseerde bijeenkomst aan de praat met twee chirurgen. Daarbij gaf een van beide aan dat

er geen goede methode bestaat om tumoren van gezond weefsel te onderscheiden. De ander vertelde daarop dat ook het verschil tussen weefsel met een goede doorbloeding en weefsel met een verstoorde doorbloeding lastig te zien is. Snik opperde toen dat de uitgebouwde variant van integrale veldspectroscopie misschien uitkomst zou kunnen bieden.

Inmiddels heeft NWO een subsidie van 1,3 miljoen euro beschikbaar gemaakt voor de ontwikkeling van een prototype van een optisch instrument voor chirurgen dat gebruikmaakt van deze technologie. De multidisciplinaire samenwerking heeft de naam Hyperion gekregen, wat staat voor Hyperspectral and Polarization-selective Examination of Regional Perfusion and Identification of Neoplasms – maar misschien is het ook wel een sterrenkundige knipoog naar de Saturnusmaan en de proto-supercluster met dezelfde naam.

NIEUWS

Zeventien planetoiden vernoemd naar Nederlanders

Theoretisch natuurkundige Hendrik Casimir (1909-2000) is niet meer alleen vereeuwigd in de naam van het casimireffect. Er is nu ook een hemellichaam naar hem vernoemd. Eind juli maakte de Internationale Astronomische Unie (IAU) bekend dat planetoïde 12954 voortaan officieel bekendstaat als Hendrikcasimir. De Nederlandse astronomen Inga Kamp, Ignas Snellen, Gijs Nelemans, Frans Snik, Nienke van der Marel, Selma de Mink, Reynier Peletier, Simon Portegies Zwart, Paul Groot, Nathalie Degenaar, Michiel Rodenhuis, Koen Kuijken en Joeri van Leeuwen viel dezelfde eer te beurt. Ook naar sterrenkundecommunicatoren Rob Walrecht, Milo Grootjen en de dit voorjaar overleden Jaap Vreeling vernoemde de IAU elk een planetoïde.