

De Uitdaging - Slingeruurwerk

Uitwerking

Opgave 1:

- In de uitwerking berekenen we het tijdsverschil tussen de klok in het ruimteschip en de klok op aarde.
- De klok in het ruimteschip ondergaat in zijn geheel een versnelling $a = \frac{F}{M} - g$ omhoog, d.w.z. de klok zelf "ervaart" deze versnelling als een toename van zwaartekracht $g' = g + a$. Door deze versnelling wordt de spankracht in het koord groter en dus wordt de $a_{x,max}$ groter. De trillingstijd van de klok in het ruimteschip wordt korter $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{a+g}}$. Het verschil in de tijdsaanduiding van de klokken is echter gerelateerd aan het verschil in slingerbewegingen n en n' (d.w.z. het opgelopen tijdsverschil $T - T'$ in slingertijd uitgedrukt in de slingertijd T'). De klok in de raket loopt per slingerbeweging op aarde een aantal $\Delta n = \frac{(T-T')}{T^2} = \sqrt{\frac{a+g}{g}} - 1$ slingerbewegingen vóór. Dus gedurende periode $t_1 (= nT)$ loopt de tijdsaanduiding van de klok in de raket een fractie $\Delta t_1 = t_1 \left(\sqrt{\frac{a+g}{g}} - 1 \right)$ vóór.
- Op hoogte $y_1 = \frac{1}{2}at_1^2$ is de brandstof op en daarna bevindt de raket zich gedurende periode t_2 in een vrije val met omhooggerichte beginsnelheid $v_1 = a t_1$. Tijd t_2 volgt nu uit: $y(t_2) = 0 = y_1 + v_1 t_2 - \frac{1}{2}g t_2^2$. Gedurende tijd t_2 bevindt de klok zich in vrije val en de slinger staat dus stil, wat betekent dat de klok nu t.o.v. aarde $\Delta t_2 = t_2$ áchter loopt!
- Het tijdsverschil tussen de klok in de raket en die op aarde is dus: $\Delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2$.

Opgave 2

- In deze opgave gaat het om de effectieve versnelling die de slinger ondervindt.
 - a) $a_{\text{eff}} = \sqrt{g^2 + a^2}$.
 - b) $a_{\text{eff}} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$.
- De trillingstijd volgt nu uit vergelijking (6): $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{a_{\text{eff}}}}$