

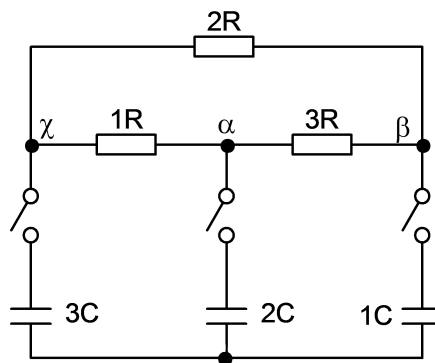
Uitwerkingen Uitdaging - Elektrische energie (NTvN 78-12)

Opgave 1

Als de schakelaar open is, is de totale capaciteit $\frac{2}{3}C + \frac{C_x C}{C_x + C}$. Door het sluiten van schakelaar S verandert de totale capaciteit in $\frac{3C(C+C_x)}{3C+C+C_x}$. Vervolgens vinden wij dat de totale capaciteit onafhankelijk van de stand van schakelaar S is als $C_x = C/2$.

Opgave 2

1. Toen de schakelaars open waren, zat er een lading $Q = 2CU_0$ op de platen van de condensator $2C$. De totale elektrische energie die in de condensator was opgeslagen, is gelijk aan $W = CU_0^2$. De spanningen tussen de platen van de andere twee condensatoren zijn gelijk aan nul.
2. Als de schakelaars dicht worden gedaan, wordt de lading Q over alle 3 condensatoren verdeeld door middel van elektrische stromen. De lading zal blijven stromen totdat de elektrische potentialen van de punten a, b en c gelijk worden. Zodra dat gebeurt, bereikt het netwerk een nieuwe evenwichtstoestand. De spanning over alle 3 de weerstanden is dan nul.
3. Nadat de nieuwe ladingsverdeling tussen de condensatoren bereikt is, zijn de spanningen over alle condensatoren gelijk aan U' en de totale lading op alle condensatoren samen is Q' . De totale lading, die in het elektrische netwerk opgeslagen is, blijft onveranderd, dus $Q = Q'$. Omdat de totale capaciteit van het nieuwe netwerk $6C$ is en $Q = Q'$, vinden wij dat $2CU_0 = 6CU'$ en $U' = U_0/3$.
4. De totale energie opgeslagen in de condensatoren in de nieuwe evenwichtstoestand is gelijk aan $W' = 6CU'^2/2 = W/3$, waaruit volgt dat energie $W_w = 2CU_0^2/3$ in warmte wordt omgezet.
5. We kunnen een beter inzicht krijgen in deze schakeling door ze te hertekenen zoals onderstaande figuur. Deze schakeling is identiek aan die van figuur 2! Oorspronkelijk is condensator $2C$ geladen, en de condensatoren $3C$ en $1C$ worden respectievelijk geladen via de weerstanden $1R$ en $3R$. Weten we nog iets over onze cursus elektriciteit, dan zien we meteen dat het opladen van $3C$ via $1R$ en het opladen van $1C$ via $3R$ exact even snel gebeurt, want beide ketens hebben dezelfde RC-tijd. Bijgevolg zijn de spanningen op de punten χ en β steeds gelijk, en staat er over weerstand $2R$ nooit spanning. Inderdaad, condensator $3C$ heeft een 3 keer grotere lading nodig om op dezelfde spanning te staan als $1C$, en krijgt hiervoor – zoals het hoort – een 3 keer grotere stroom dan $1C$, want hij wordt opgeladen via een 3 keer kleinere weerstand. Aangezien er geen spanning over $2R$ staat, loopt er ook geen stroom door, en wordt er geen warmte in $2R$ gedissipeerd: $W_{2R} = 0$.



6. De stroom door R is altijd drie keer zo groot als de stroom door $3R$. Het vermogen waarmee een weerstand r warmte produceert is gelijk aan $I_r^2 r$, waarbij I_r de stroom door r is. Daarom genereert de weerstand R 3 keer meer warmte dan de weerstand $3R$. Als W_R en W_{3R} de energieën zijn die op de weerstanden R en $3R$ in de vorm van warmte vrij komen, vinden wij dat $W_w = W_R + W_{3R} = 4W_{3R} = 4W_R/3$. Hieruit volgt dat $W_R = 3W_w/4 = CU_0^2/2$ en $W_{3R} = W_w/4 = CU_0^2/6$.

Opgave 3

Stel dat de potentiaal van punt G nul is. Omdat 36 V de effectieve waarde van de spanning is, kunnen wij de amplitude U_0 van de spanning van de bron vinden $U_0 = 36\sqrt{2} \approx 50 \text{ V}$. Tijdens het eerste kwart van de periode wordt de eerste condensator opgeladen tot 50 V door de eerste diode. Let op dat verder de potentiaal van punt b verandert samen met de potentiaal van punt a zodat $f_b - f_a = U_0$. De maximale waarde die de potentiaal f_b kan bereiken is $2U_0$. Door de tweede diode wordt de tweede condensator opgeladen tot $2U_0$. Verder wordt elke volgende condensator met een hogere spanning opgeladen zodat de voltmeter V ongeveer $5U_0 = 5 * 36\sqrt{2} \approx 250 \text{ V}$ zal meten. Daarom werkt deze schakeling met dioden en condensatoren als een gelijkrichter met vermenigvuldiging.

